3ème Maths : M2
Durée : 2heures
Date : le 24 / 10 / 2007
Coefficient : 4

Devoir de contrôle N°1
Mathématiques

Lycée secondaire Teboulba

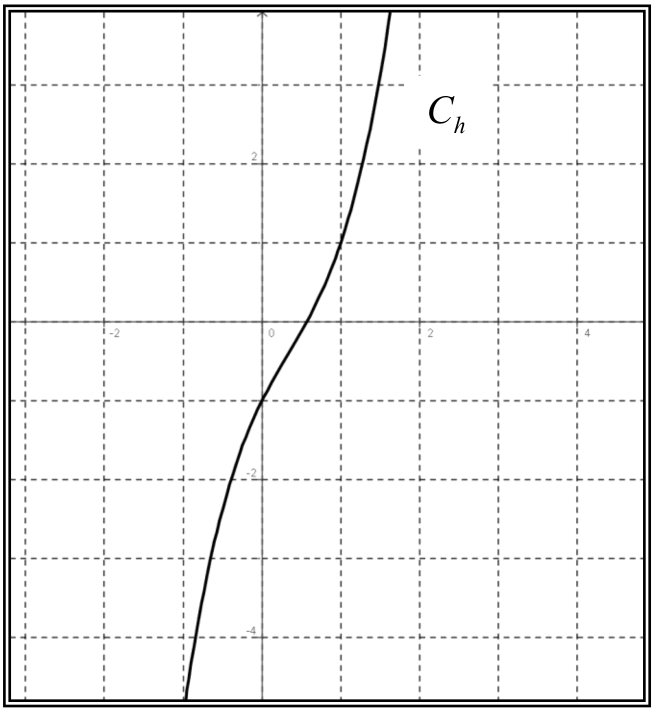
Exercice 1 : (5points)

Le plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

I - Soit h la fonction définie sur IR par :

$h(x) = x^3 - x^2 + 2x - 1$.

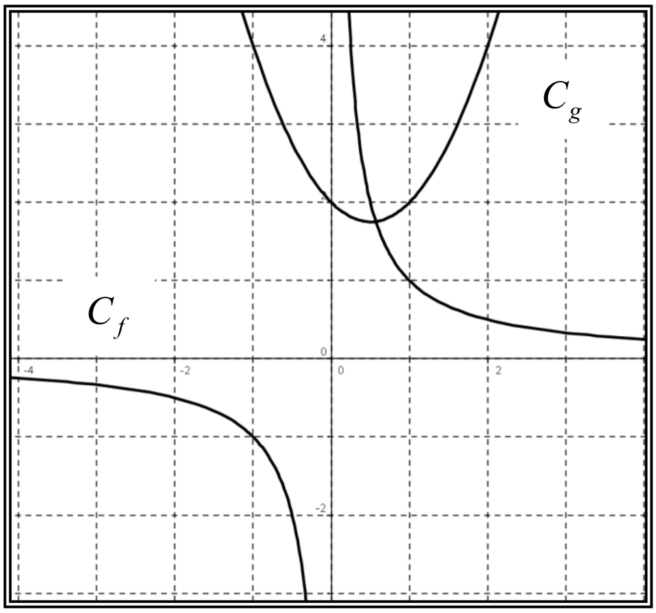
On désigne par C_h sa courbe représentative.



1) a – Justifier la continuité de h sur IR.
   b – Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution α dans $[0;1]$

2) a – Donner graphiquement une valeur approchée par défaut à 0.1 prés de α .
   b – Déterminer le signe de h sur IR.

II- soit f est la fonction définie sur IR^* par $f(x) = \dfrac{1}{x}$ et g est la fonction définie sur IR par $g(x) = x^2 - x + 2$ .On désigne par C_f et C_g leurs courbes représentatives.



1) a – Montrer que pour tout réel x ; $g(x) \geq \dfrac{7}{4}$

   b – Justifier que $\dfrac{7}{4}$ est le minimum de g sur IR.

2) a – Montrer que, pour tout x non nul, l'équation

   $f(x) = g(x)$ équivaut à $x^3 - x^2 + 2x - 1 = 0$

   b – Qu'en déduit en pour les courbes représentatives de f et g ?

Exercice2 : (6,5 points)

1) Soit f la fonction définie sur $IR\{1\}$ par $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$.

   Calculer $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$

2) Soit g la fonction définie par $g(x)=\sqrt{x^2-4}$

a – Déterminer le domaine de définition de g

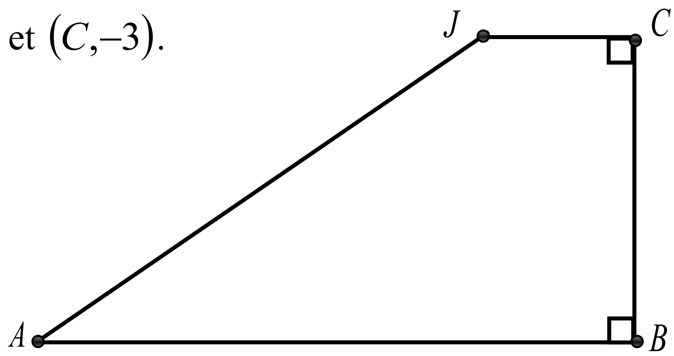
b – Calculer : $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{g(x)-g(3)}{x-3}$

3) Soit la fonction h définie sur IR par $\begin{cases} h(x)=f(x) & \text{si } x\in[-2;2]\ \{1\} \\ h(x)=g(x) & \text{si } x\in\left]-\infty;-2\right[\cup\left]2;+\infty\right[\\ h(1)=-1 & \end{cases}$

a – Etudier la continuité de h en 1 puis en 2.
b – h est-elle Continue en -2 ?
c – Déterminer le domaine de continuité de h

Exercice 3 : *(8,5 points)*

$AJCB$ est un trapèze rectangle en B et C (voir figure) tel que $AB = 8$ et $CB = 4$ et $\overrightarrow{JC}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB}$



1) Soit D le barycentre des points pondérée $(J,4)$ et $(C,-3)$.
a – Prouver que $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$,
Quel est la nature du quadrilatère $ABCD$?
b – Soit M un point du plan ,
vérifier que $4MJ^2-3MC^2=MD^2-48$

2) a – Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.
Puis déduire que : $Cos\,B\hat{A}C=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

b – Calculer $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CJ}$.
c – Montrer alors que les droites (BJ) et (AC) sont perpendiculaires.

3) Soit H le point d'intersection de (BJ) et (AC).
Prouver que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH}=\dfrac{16}{\sqrt{5}}AH$. Déduire la valeur de AH.

4) On considère l'ensemble E des points M du plan tel que $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AC}=64$.
a – Vérifier que $H\in E$
b – Déterminer alors l'ensemble E.

5) On considère l'ensemble F des points M du plan tel que $4MJ^2-3MC^2+MB^2=48$
Soit I le milieu de $[BD]$.
Montrer que F est le cercle de centre I et de rayon $2\sqrt{7}$.